

高阶逐差在物理实验中的应用

梁礼正

(广东工业大学数理系, 广州, 510090)

摘要 在光电效应法测普朗克常量的实验中, 用3阶逐差确定光电管对各种单色光的伏安特性曲线的抬头点, 可以精确到0.01V, 比作图法或其他方法精确. 以此抬头点电压的绝对值作为光电管阴极材料对各种单色光的截止电压, 则截止电压对于光照频率的相关因数高达0.9999以上, 截止电压对于光照频率的线性关系的斜率以及由此斜率算出的普朗克常量, 偶然误差仅为1%. 可见, 高阶逐差是一些物理实验中数据处理的较好方法.

关键词 高阶逐差; 抬头点; 光电效应; 普朗克常量; 光电管; 截止电压

中图分类号 O571.1; O4-33

1 光电效应法测定普朗克常量

光电管的阴极受到频率为 f 的单色光的照射, 金属中的自由电子俘获光子后获得能量 hf , 克服金属的表面势垒做逸出功 hf_0 , 在 $f > f_0$ 的情况下逸出, 再受到加在阳极和阴极之间的电压 U 而加速, 到达阳极时速率为 v , 动能为 $\frac{1}{2}mv^2$:

$$hf = hf_0 - eU + \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

U 减小到某个负值 $-U_s$ 时, $v \rightarrow 0$. U_s 称为阴极光电流的截止电压:

$$hf = hf_0 + eU_s, \quad (2)$$

由此得 $U_s = -\frac{h}{e}f_0 + \frac{h}{e}f. \quad (3)$

实验中以不同频率 f 的单色光照射阴极, 测出其对应的截止电压 $U_s^{[1]}$.

式(3)与一元线性回归的标准式

$$y = A + Bx \quad (4)$$

对照, 应令

$$f = x, \quad U_s = y, \quad \frac{h}{e} = B, \quad -\frac{h}{e}f_0 = A. \quad (5)$$

以数据点 (x_i, y_i) 作出图1, 用回归法求得 (x_i, y_i) 所拟合的直线的斜率 B 和纵截距 A , 可求出普朗克常量 h 和红限频率 f_0 . f_0 实际上就是回归法拟合直线的横截距:

$$h = eB, \quad (6)$$

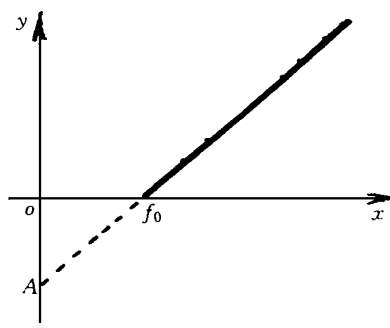


图1 用 U_s 与 f 的线性关系求 h 和 f_0

$$f_0 = -A/B.$$

(7)

实验中把电压 U 向负方向变化, 随着 $\frac{1}{2}mv^2$ 渐趋于 0, 阴极光电流 $I_{\text{阴}}$ 就从正值逐渐减小到 0^+ , 把 $(U, 0^+)$ 点定义为 $(-U_s, 0)$, 称为伏安曲线的抬头点. 这是因为 $U < -U_s$ 时, $I_{\text{阴}} \equiv 0$, 而 $U > -U_s$ 时 $I_{\text{阴}} > 0$, 如图 2.

但这只是理想情况, 实验中测出的是光电管的光电流 I , 不单纯是 $I_{\text{阴}}$. I 由 4 种电流组成:

$$I = I_{\text{阴}} + I_{\text{阳}} + I_{\text{漏}} + I_{\text{漫}},$$

(8)

$I_{\text{阳}}$ 是阳极光电流, 由阳极也稍受光照引起; $I_{\text{漏}}$ 是极间漏电流, 由阳极与阴极之间漏电引起; $I_{\text{漫}}$ 是漫射光电流, 由光电管内壁漫反射到阴极和阳极的光引起. 这 3 种电流叠加在阴极光电流 $I_{\text{阴}}$ 上, $I_{\text{阴}}$ 的伏安特性曲线的抬头点 $(-U_s, 0)$ 将下移到 $(-U_s, I_s)$ 成为光电管电流 I 的伏安特性曲线的抬头点. 抬头电压仍为 $-U_s$, 如图 3.

把不同频率 f 的单色光照射下的光电管伏安特性曲线绘在同一张图上, 如图 4, 分别确定每条曲线的抬头点 $(-U_s, I_s)$, 可得 $U_s - f$ 关系的几个数据点.

问题是抬头点 $(-U_s, I_s)$ 的判定, 远非想像中那么简单.

例如, 用华北水利水电学院生产的 GD- I 型普朗克常量测定仪, 判定方法是, 先把电压 U 调到足够负, 再慢慢使 U 向正方向变. 则电流先保持为某负值(该仪器只显示电流较大幅度的变化), 再突然上跳某一电流的最小显示量, 该处的 U 就定为 $-U_s$. 这种方法判定 U_s 的误差为 0. 1~ 0. 3V. 由此测出的普朗克常量只有 1 位有效位数.

又如, 用东南大学生产的 GP- 1A 型普朗克常量测定仪, 根据仪器说明书上的前南京工学院物理教研组 1983 年 3 月的实验数据以及由此所绘的伏安特性曲线及所判定的 $U_s^{[2]}$, 用回归法检查 U_s 的误差, 为 0. 02~ 0. 05V. 于是测得的普朗克常量有 2 位有效位数.

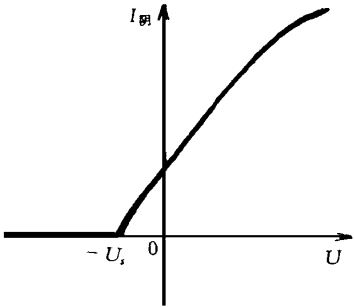


图 2 阴极光电流的伏安特性

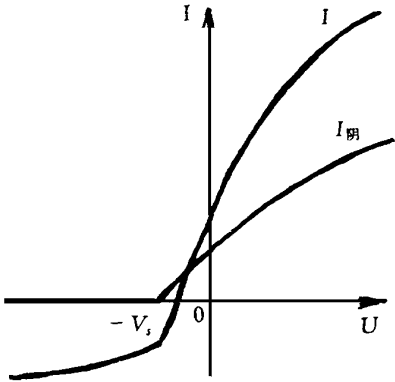


图 3 光电管电流和阴极光电流

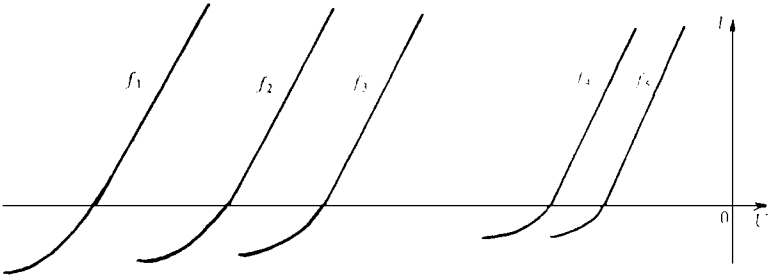


图 4 各种光照频率的光电管伏安特性

2 3 阶逐差求 U_s .

要使测得的普朗克常量有 3 位有效位数, 必须使 U_s 的误差一致地小到 0. 01V 才行. 这

用前述方法是无法达到的. 笔者发现这个问题可用 3 阶逐差的方法解决.

先严格定义抬头点为曲线的斜率突变点. 斜率是曲线的 1 阶导数, 斜率的变化率是曲线的 2 阶导数, 斜率突变点即变化率最大之处, 就是 2 阶导数极大、3 阶导数为 0 之处!

每隔 0. 01V 测量相应的 I , 即恒取 $dU = \delta U = 0. 01V$, 则 3 阶导数 d^3I/dU^3 正比于 3 阶微分 d^3I , 3 阶微分 d^3I 又用实验数据计算出的 3 阶逐差 δ^3I 来代替. 计算 1 条 11 个数据点组成的测量列(凭经验, 伏安特性曲线的抬头点不超过零点左方 0. 10V)的 3 阶逐差仅需 1~ 2 分钟, 实验中边测边算, 测量到对应的曲线在实验后才作图.

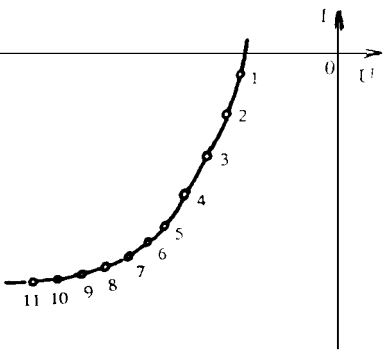


图 5 测量列

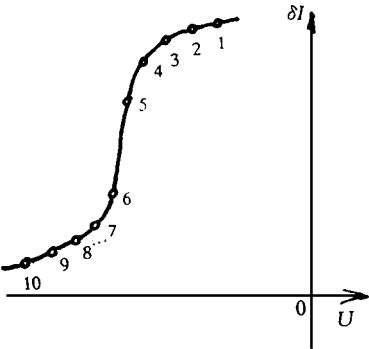


图 6 1 随逐差的数列 1

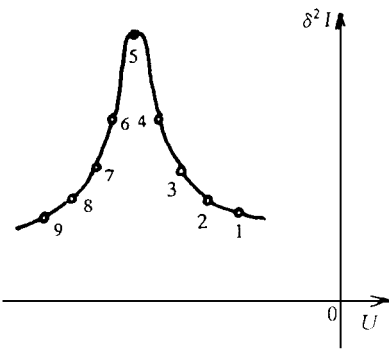


图 7 2 阶逐差的数列 2

3 阶逐差的做法是: 在 U 为 0. 01V 的负整数倍处测量相应的光电管电流 I , U 逐次往负方向变化 0. 01V, 当 I 第 1 次为负值时, 记录第 1 个数据点(U_1, I_1), ...一直记录到第 11 个数据点(U_{11}, I_{11}), 则 $I_1, I_2, \dots, I_{11}$ 就是测量列, 11 项均为负值, 如图 5.

计算 1 阶逐差 $\delta I_1 = I_1 - I_2, \delta I_2 = I_2 - I_3, \dots, \delta I_{10} = I_{10} - I_{11}$, 排列成数列 1, 10 项均为正值, 如图 6.

计算 2 阶逐差 $\delta^2 I_1 = \delta I_1 - \delta I_2, \delta^2 I_2 = \delta I_2 - \delta I_3, \dots, \delta^2 I_9 = \delta I_9 - \delta I_{10}$, 排列成数列 2, 9 项均为正值式零, 如图 7.

最后计算 3 阶逐差 $\delta^3 I_1 = \delta^2 I_1 - \delta^2 I_2, \delta^3 I_2 = \delta I_2 - \delta I_3, \dots, \delta^3 I_8 = \delta^2 I_8 - \delta^2 I_9$, 排列成数列 3, 如图 8. 正常情况下,

数列 3 的前几项是负的, 后几项是正的, 数列 3 与所对应的 $\delta^3 I - U$ 曲线必在 $\delta^3 I$ 的正负项转换处与横轴相交, 交点就是($- U_s, 0$). 逐差计算时不必作图. 从项数对应关系就可以直接求出截止电压 U_s .

例如, 数列 3 的前 4 项是负的, 后 4 项是正的, 则转换处位于数列 3 的正中, 对应于测量列的正中, 于是测量列中正中的项的电压的绝对值就是截止电压 U_s .

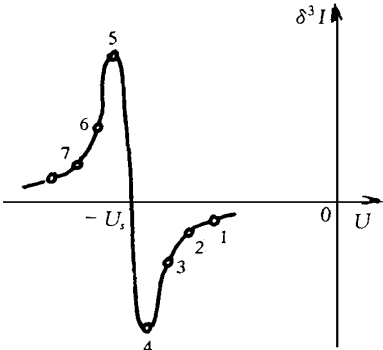


图 8 3 阶逐差的数列 3

判断 U_s 的误差, 由上述 3 阶逐差正负项转换处的判断引起的只有 $\delta U/2=0.005V$, 由测量点偏离回归直线引起的也大致是 $0.005V$, 即使还有其他因素引起的误差, U_s 的总误差也只有 $0.01V$, 并且不同 f 判断的 U_s , 误差 $0.01V$ 是一致的.

3 测量实例

使用仪器 GP-1A 型普朗克常量测定仪; 光阑孔径 $5mm$; 实验者 广东工业大学学生; 指导教师 梁礼正.

以频率 f 为 $6.876 \times 10^{14}Hz$ 的单色照射光电管的阴极, 取电压间隔为 $0.01V$, 分别测量光电管的 (U, I) 值 11 组, 得光电管的伏安特性数据如表 1, 计算 I 的各阶逐差值, 由 I 的 3 阶逐差值正负转变处对应电压 $U = -1.17V$ 确定截止电压 $U_s = 1.17V$.

改变单色光的频率 f , 用类似的方法作测量(数据表略), 得到相应的 U_s , 结果见表 2.

按表 2 数据用回归计算器(或计算机)算得

相关因数 $r = 0.99998$

斜率 $B = (0.4137 \pm 0.0033) \times 10^{-14}V \cdot s$

纵截距 $A = -1.671 \pm 0.022V$

由此求得 $h = eB$

$$\begin{aligned} &16.022 \times 10^{-20}C \times (0.4137 \pm 0.0033) \times 10^{-14}V \cdot s \\ &= (6.629 \pm 0.053) \times 10^{-34}J \cdot s \text{ (普朗克常量)} \end{aligned}$$

横截距 $f_0 = (4.039 \pm 0.023) \times 10^{14}Hz$ (红限频率)

表 1 光电管的伏安特性¹⁾

电压 U/V	电流 I/pA	I 的各阶逐差值/ pA		
		1 阶	2 阶	3 阶
-1.12	-0.78	0.80		
-1.13	-1.58		0.02	
-1.14	-2.36	0.78	0.04	-0.02
-1.15	-3.10	0.74	0.06	-0.02
-1.16	-3.78	0.68	0.10	-0.04
-1.17	-4.36	0.58	0.24	-0.14
-1.18	-4.70	0.34	0.04	+0.20
-1.19	-5.00	0.30	0.04	± 0.00
-1.20	-5.26	0.26	0.02	+0.02
-1.21	-5.50	0.24	0.02	± 0.00
-1.22	-5.72	0.22		

1) $f = 6.876 \times 10^{14}Hz$; 照射距离 $L = 20cm$.

表 2 截止电压 U_s 与光照频率 f 的关系

光照频率 f/Hz	截止电压 U_s/V
5.195×10^{14}	0.48
5.488×10^{14}	0.60
6.876×10^{14}	1.17
7.406×10^{14}	1.39
8.211×10^{14}	1.73

参 考 文 献

1 郑伯玮, 刘守操, 梁礼正等. 大学物理实验, 北京: 高等教育出版社, 1989. 159~170
2 南京工学院. 光电效应普朗克常数测定实验讲义. 1983

The Application of High- Ranking Step- Differential in Physical Experiments

Liang Lizheng

(Dept. of Mathematics and Physics, GDUT, Guangzhou, 510090)

Abstract In the experiments of measuring Plank constant by the method of photoelectric effect, the raising point of the volt- ampere character curve of a photoelectric tube to each kind of monochromatic lights can be extracted by 3- ranking step- differential, precisely to 0.01 volt, and more precisely than by charting or other methods. The absolute value of this voltage of the raising point is considered as the cut- off voltage of the material of the negative pole of the photoelectric tube, and as the result of that, the relative factor of the cut- off voltage to the illuminated frequency is as high as 0.9999 or more, and the slope of the linear relation of the cut- off voltage to the illuminated frequency and the Plank constant calculated with it are precise. Their accidental errors are as low as 1%, Thus, high- ranking step- differential is quite a good method in the data treatment of some physical experiments.

Key words high- ranking step- differential; raising point; photoelectric effect; Plank constant; photoelectric tube; cut- off voltage